Equilibre d'un solide soumis à trois forces non parallèles

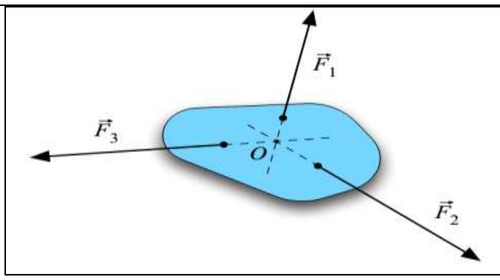
I- Conditions d'équilibre d'un solide soumis à deux forces

On prolonger les lignes d'actions de ces forces vers l'intérieur de la plaque

- On constate que lorsque le corps est en équilibre, les trois forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$:

• sont situées dans le même plan, on dit qu'elles sont coplanaires ;

• se coupent en un même point O, on dit qu'elles sont concourantes.



Pour trouver une relation entre les vecteurs $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$, nous allons choisir une échelle et dessiner les vecteurs en leur donnant comme origine le point d'intersection O de leurs droites d'action

Addition de vecteurs

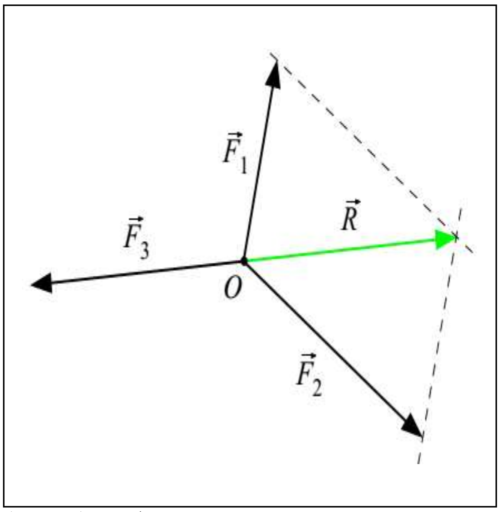
Méthode 1 : méthode du triangle.

On place l'origine d'un des vecteurs à l'extrémité de l'autre vecteur et on complète le triangle. Le troisième côté du triangle est la résultante.

Méthode 2 : méthode du parallélogramme.

On déplace les vecteurs de telle sorte que les origines des vecteurs se touchent, on trace des parallèles aux deux vecteurs passant par les extrémités des vecteurs, ce qui forme un parallélogramme. La résultante est la diagonale du parallélogramme.

résultante des forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ noté $\vec{R}$



D'après la condition d'équilibre dans le cas de deux forces, nous avons : $\vec{R}+\vec{F_3}=\vec{0}$

vrai puis que la somme vectorielle des deux vecteurs forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$. Nous pouvons donc écrire :

Condition d'équilibre

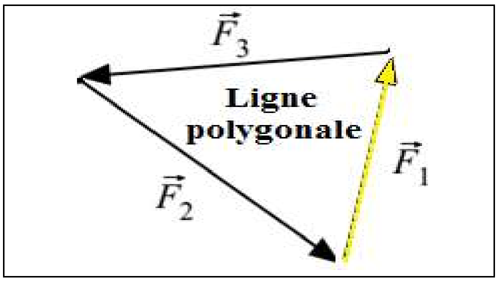
Si un corps soumis à trois forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$ est en équilibre :

• les trois forces sont coplanaires et concourantes ;

• la somme vectorielle des trois forces est nulle.

La deuxième condition s'exprime par la relation vectorielle : $\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3}=\vec{0}$

Remarque : cette condition d'équilibre peut-être facilement généralisée à un nombre quelconque de forces.



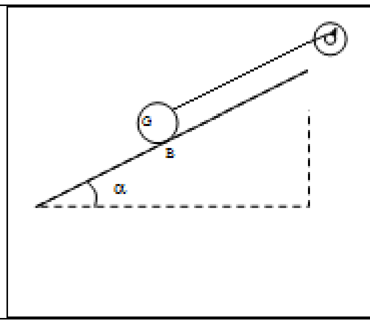
II- Exemple du solide en équilibre sur un plan incliné avec frottement

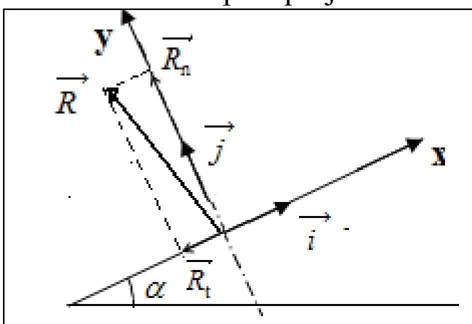
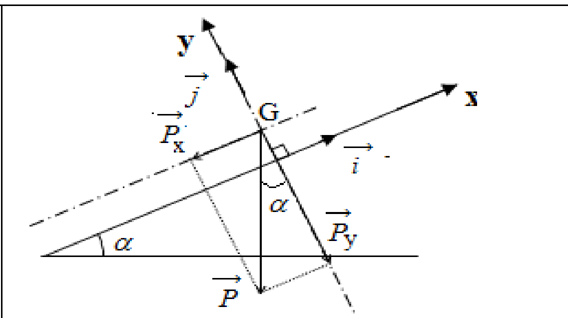
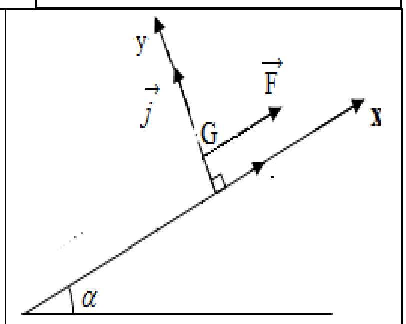
Un solide homogène de masse M glisse avec frottements sur un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale. L'équilibre est réalisé avec un dynamométre

Le solide est soumis à trois forces : - son poids $\vec{P}$;

- la force $\vec{F}$ de dynamométre
- la force $\vec{R}$ d'action de plan incliné

préciser le référentiel d'étude, Rassembler les forces en un point et représenter les axes choisis puis projeter les vecteurs sur les axes



		
$\vec{R}=\vec{R_t}+\vec{R_n}$ $\vec{R}=-R_t\,\vec{\imath}+R_n\vec{\jmath}$	$\vec{P}=\vec{P_X}+\vec{P_Y}$ avec : $\sin\alpha=\frac{P_X}{P}$ $\vec{T}=-P_X\vec{\imath}-P_Y\vec{\jmath}$ $\cos\alpha=\frac{P_Y}{P}$;	$\vec{F}=\vec{F_X}+\vec{F_Y}$ $\vec{F}=F\vec{\imath}$

Le solide est en équilibre.

$\vec{P}+\vec{R}+\vec{F}=\vec{0} \Leftrightarrow -P_X\vec{\imath}-P_Y\vec{\jmath}+-R_t\,\vec{\imath}+R_n\vec{\jmath}+F\vec{\imath}=\vec{0}$ Projection $\begin{cases} axe\ (x): -P_X\vec{\imath}-R_t\,\vec{\imath}+F\vec{\imath}=\vec{0} \\ axe\ (y): -P_Y\vec{\jmath}+R_n\vec{\jmath}=\vec{0} \end{cases} \Leftrightarrow$ $\begin{cases} -P.\sin(\alpha)-R_t\ +F=0 \\ -P.\cos(\alpha)\ +R_n=0 \end{cases}$